промышленности и сельском хозяйстве. Никитенко Г. В., Гринченко В. А. Ставрополь: Агрус, 2011. С. 199-202.

5. Никитенко Г. В., Гринченко В. А., Коноплев Е. В., Коноплев П. В., Антонов С. Н., Лысаков А. А. Возвратно-поступательный электропривод исполнительных механизмов: учеб. пособие. Никитенко Г. В., Гринченко В. А., Коноплев Е. В., Коноплев П. В., Антонов С. Н., Лысаков А. А. Ставрополь: Агрус, 2015. 44 с.

6. Пат. 2370874 Российская Федерация, МПК8 H 02 K 33/12. Линейный двигатель / Никитенко Г. В., Гринченко В. А.; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВО Ставропольский ГАУ. № 2008112342/09; заявл. 31.03.08; опубл. 20.10.09.

УДК 681.5

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ МОДЕЛИ ТЯГОВОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА МЕТОДАМИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ

А.Ю. Заковоротный

(Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков, Украина)

Аннотация: В работе рассмотрен метод эквивалентной линеаризации сложных нелинейных систем управления высокого порядка на основе инволютивных распределений геометрической теории управления и линейной обратной связи в пространстве «вход - выход» или «вход - состояние». Выполнен синтез линейной математической модели электропривода в форме Бруновского, которая учитывает параллельную работу двух тяговых асинхронных двигателей.

LINEARIZATION MODELS TRACTION DRIVE METHODS GEOMETRIC CONTROL THEORY

A.Y. Zakovorotniy

(National Technical University «Kharkov Polytechnic Institute», c. Kharkov, Ukraine)

Annotation: In the work presents a method of equivalent linearization of complex nonlinear high-order control systems on the basis of involutive distributions of geometric control theory and linear feedback in space the "input - output" or "input - state". It completed the synthesis of linear mathematical model in the form Brunovsky of electric that allows for simultaneous operation of two asynchronous motors of traction.

Трудности синтеза систем управления для сложных нелинейных объектов общеизвестны, в связи с этим до сих пор ведется поиск более мощных теоретических средств для решения фундаментальных проблем теории управления. Одним их таких средств является геометрическая теория управления, которая, с одной стороны, позволяет описывать системы управления в пространствах состояний более общих, чем линейные пространства, а с другой стороны, в реальной возможности эквивалентных преобразований нелинейных систем к линейным [1]. Такие преобразования открывают возможности для использования при решении задач разработки нелинейных систем управления методов и средств теории линейных систем. При этом линеаризация нелинейной системы выполняется не с помощью классического разложения в ряд Тейлора, а на основе использования линейной обратной связи в пространстве «вход – состояние». По данной тематике имеется большое число публикаций, однако широкого практического применения эти методы пока не нашли из-за существенного разрыва между полученными теоретическими результатами и практическими задачами синтеза систем управления реальными объектами.

Целью данной работы является решение задачи линеаризации математической модели тягового асинхронного электропривода методами геометрической теории управления.

Задача определения эквивалентной линейной системы управления для нелинейной системы вида

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) + \sum_{k=1}^{m} u_k \boldsymbol{G}_k(\boldsymbol{x}), \quad \boldsymbol{x} \in M \subset R^n, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ – вектор фазовых координат нелинейной системы управления на гладком многообразии M размерности n; $\boldsymbol{F}(\mathrm{x})$, $\boldsymbol{G}_k(\mathrm{x})$ – гладкие векторные поля на многообразии M, которые в локальных системах координат имеют вид $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \sum_{j=1}^{n} \varphi_j(\boldsymbol{x}) \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}_j}$ и $\boldsymbol{G}_k(\boldsymbol{x}) = \sum_{j=1}^{n} \psi_{kj}(\boldsymbol{x}) \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}_j}$; $\varphi_j(\boldsymbol{x})$, $\psi_{kj}(\boldsymbol{x})$, $j = \overline{1, n}$ – гладкие функции векторного аргумента $\boldsymbol{x}$, определенные в локальных системах координат на многообразии M; u_k, $k = \overline{1, m}$ – управления, может быть сформулирована следующим образам: необходимо найти такую гладкую замену координат $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{z}(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{z} \in R^n$ и управлений $\boldsymbol{v} = v(\boldsymbol{u}, x)$, $(\boldsymbol{v} = (v_1, v_2, ..., v_m)$, $\boldsymbol{u} = (u_1, u_2, ..., u_m))$, что система уравнений (1) приводится в новой системе координат к некоторой ей эквивалентной управляемой линейной системе

$$\frac{d\boldsymbol{z}}{dt} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{z} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{v},\ \boldsymbol{z} \in R^n,\ \boldsymbol{v} \in R^m,\ m < n. \tag{2}$$

Здесь матрицы $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ имеют соответственно размеры $n \times n$ и $n \times m$ и являются блочно-диагональными матрицами $\boldsymbol{A} = \mathrm{blockdiag}[\boldsymbol{A}_1, ..., \boldsymbol{A}_p, ..., \boldsymbol{A}_m]$, $\boldsymbol{B} = \mathrm{blockdiag}[\boldsymbol{B}_1, ..., \boldsymbol{B}_p, ..., \boldsymbol{B}_m]$, где

$$\boldsymbol{A}_p = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ... & 0 \end{vmatrix}_{q_p \times q_p}; \quad \boldsymbol{B}_p = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ ... \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}_{q_p \times 1}, \quad p = \overline{1, m},$$

q_p, $p = \overline{1, m}$ – индексы управляемости линейной системы управления (2), $\sum_{p=1}^{m} q_p = n$. При m = 1, т.е. при скалярном управлении, система уравнений (2) относительно легко сводится к канонической форме

$$\frac{dz_1}{dt} = z_2;\ \frac{dz_2}{dt} = z_3;\ ...;\ \frac{dz_{n-1}}{dt} = z_n;\ \frac{dz_n}{dt} = v, \tag{3}$$

получившей название формы Бруновского. В случае векторного управления пространство R^n представляется в виде прямой суммы подпространств меньшей размерности $R^n = \mathop{\oplus}\limits_{p=1}^{m} R^p$. Каждое из подпространств R^p является подпространством состояний для p-й подсистемы декомпозированной исходной системы в пространстве R^n. Размерность подпространств, а следовательно, и размерности линейных подсистем в системе управления (2) однозначно определяется индексами управляемости q_p, $p = \overline{1, m}$ линейной системы (2). Каждая линейная подсистема уравнений имеет одно управление и структуру системы уравнений вида (3), где число дифференциальных уравнений равно индексу управляемости. Понятно, что решение, полученное при совместном интегрировании m независимых линейных подсистем уравнений, являющихся результатом декомпозиции исходной нелинейной системы уравнений в некоторой области V_{R^n} пространства R^n, не может в самом общем случае совпадать с решением нелинейной системы (1) в этой же области V_{R^n}. Для перехода от нелинейной системы уравнений (1) к канонической форме Бруновского необходимо не только определить индексы управляемости q_p, $p=\overline{1,m}$, но и некоторые дополнительные условия (условия инволютивности [1]), связанные с совместным интегрированием векторных полей на многообразии M. В случае неинволютивности распределений $M^j (j=\overline{0,n-m})$ точная линеаризация возможна за счет увеличения размерности пространства и получения инволютивных распределений уже на расширенном пространстве [1].

С помощью описанного подхода была получена линейная математическая модель, которая учитывает параллельную работу двух эквивалентных тяговых асинхронных двигателей. Полученная математическая модель в канонической форме Бруновского может использоваться для поиска оптимальных управлений, исследования процессов буксования и юза, а также параллельной работы двигателей.

Список литературы

1. Дмитриенко В. Д., Заковоротный А. Ю. Моделирование и оптимизация процессов управления движением дизель-поездов. – Харьков: НТМТ, 2013. – 248 с.